Tageslänge und Analemma

Dr. Michael Komma

http://mikomma.de

Zeitgleichung in Stunden, Fit durch zwei Sinusfunktionen. Ursache: (scheinbare) Bewegung der Sonne auf der Ekliptik, Exzentrizität der Erdbahn (Ellipse)):

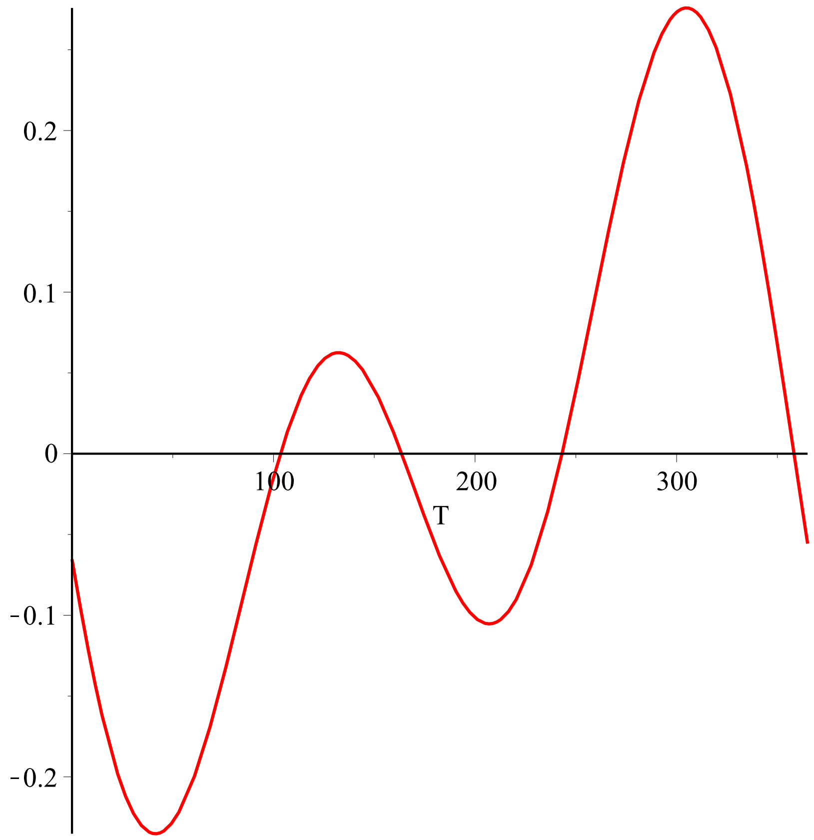
restart

with(*plots*) :

$ZGL := -0.1752 * \sin(0.033430 * T + 0.5474) - 0.1340 * \sin(0.018234 * T - 0.1939)$

$$-0.1752 \sin(0.033430\ T + 0.5474) - 0.1340 \sin(0.018234\ T - 0.1939) \quad (1)$$

$plot(ZGL, T = 0..365)$



Projektion: Durch Projektion des Laufs auf der Ekliptik auf den Äquator läuft die Sonne bei den Schnittpunkten von Ekliptik und Äquator langsamer. **Ellipse**: Im Winter Perihel - Sonne schnell. Deshalb geht die mittlere Zeit im ersten Halbjahr nach.

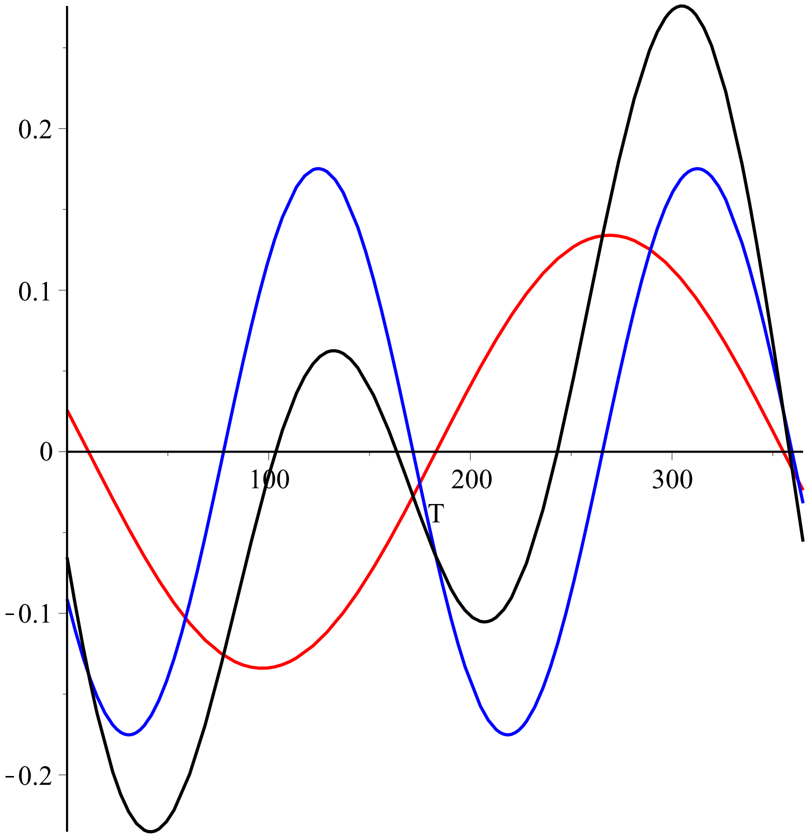
$Projektion := -0.1752 * \sin(0.033430 * T + 0.5474)$

$$-0.1752 \sin(0.033430\ T + 0.5474) \quad (2)$$

$Ellipse := -0.1340 * \sin(0.018234 * T - 0.1939)$

$$-0.1340 \sin(0.018234\ T - 0.1939) \quad (3)$$

plot([*Ellipse*, *Projektion*, *Ellipse* + *Projektion*], $T = 0 ..365$, *color* = [*red*, *blue*, *black*])

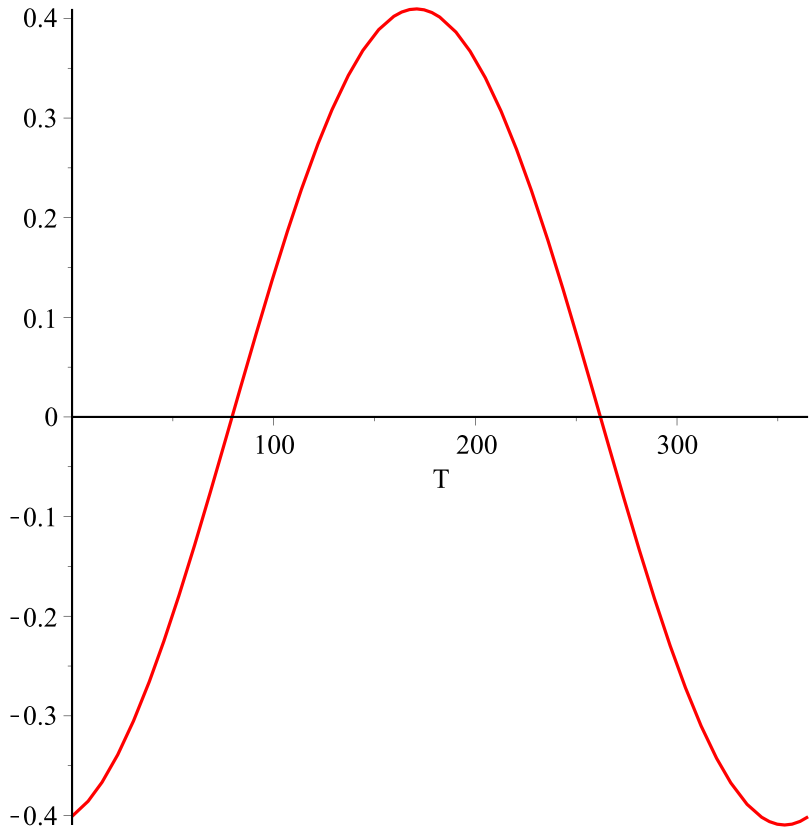


Deklination im Bogenmaß

Dekl := 0.40954 * sin(0.0172 * (*T*-79.35))

$$0.40954 \sin(0.0172\, T - 1.364820) \quad \textbf{(4)}$$

plot(*Dekl*, $T = 0 ..365$)



Die Zeit, die vergeht, bis die Sonne vom wahren Mittag bis zum Erreichen eine bestimmten Horizonthöhe h erreicht, kann durch folgende Formel dargestellt werden.
Zeitdifferenz mit h: Horizonthöhe, B: geographische Breite (Bogenmaß)
Zeitdifferenz := 12 * arccos((sin(*h*) - sin(*B*)* sin(*Deklination*)) / (cos(*B*)* cos(*Deklination*)))/*Pi*;

$$\frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi} \tag{5}$$

AufOz := 12 - *Zeitdifferenz* - *Zeitgleichung*

$$12 - \frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi} - Zeitgleichung \tag{6}$$

UnterOz := 12 + *Zeitdifferenz* - *Zeitgleichung*

$$12 + \frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi} - Zeitgleichung \tag{7}$$

L: geographische Länge
Auf := *AufOz* - *L* / 15 + *Zeitzone*

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi}-Zeitgleichung-\frac{L}{15}+Zeitzone$$

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi}-Zeitgleichung-\frac{L}{15}+Zeitzone$$

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi}-Zeitgleichung-\frac{L}{15}+Zeitzone \qquad \mathbf{(10)}$$

Unter := *UnterOz* - *L* / 15 + *Zeitzone*

$$12+\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(Deklination)}{\cos(B)\cos(Deklination)}\right)}{\pi}-Zeitgleichung-\frac{L}{15}+Zeitzone \qquad \mathbf{(11)}$$

Länge in Grad!

$L := evalf(9.25)$

$$9.25 \qquad \mathbf{(12)}$$

$B := evalf\left(\frac{48.5}{180}\cdot Pi\right)$

$$0.8464846872 \qquad \mathbf{(13)}$$

Deklination := *Dekl* : *Zeitgleichung* := *ZGL* : *Zeitzone* := 1 :

Aufgang

Auf

$$12.38333333-\frac{1}{\pi}\Bigg(12\arccos\left(\frac{1}{\cos(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))}(1.509160495\,(\sin(h)-0.7489557208\sin(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))))\right)\Bigg)+0.1752\sin(0.033430\,T+0.5474)+0.1340\sin(0.018234\,T-0.1939) \qquad \mathbf{(14)}$$

Untergang

Unter

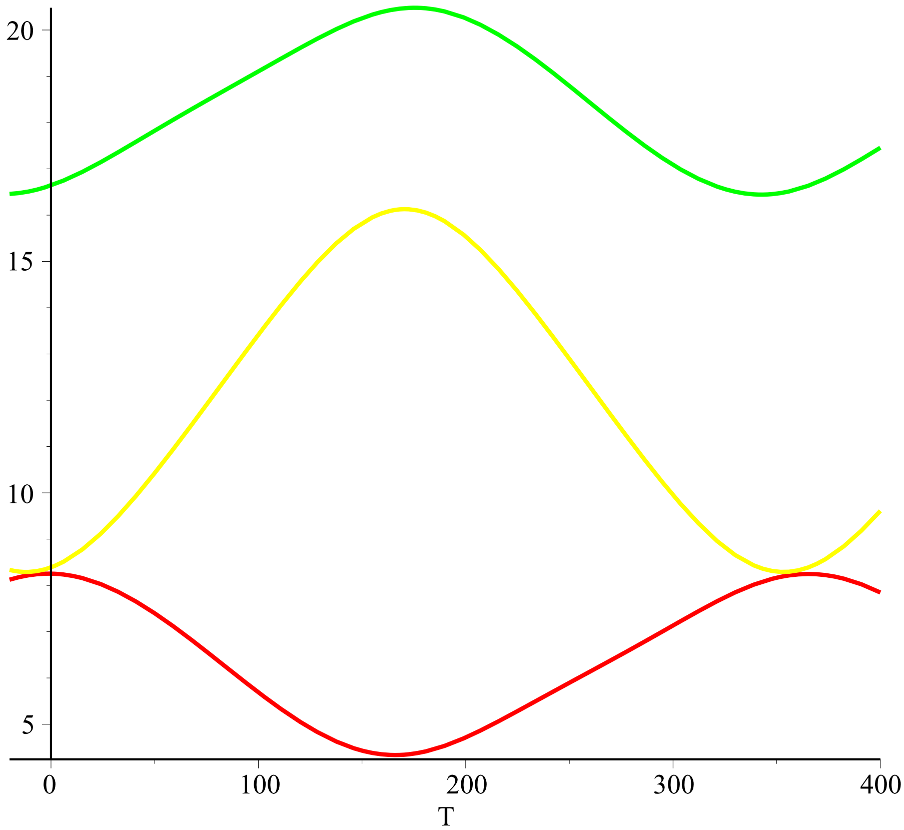
$$12.38333333+\frac{1}{\pi}\Bigg(12\arccos\left(\frac{1}{\cos(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))}(1.509160495\,(\sin(h)-0.7489557208\sin(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))))\right)\Bigg)+0.1752\sin(0.033430\,T+0.5474)+0.1340\sin(0.018234\,T-0.1939) \qquad \mathbf{(15)}$$

h = -50 Bogenminuten

$h := evalf\left(\frac{-50}{60\cdot 180}\cdot Pi\right)$

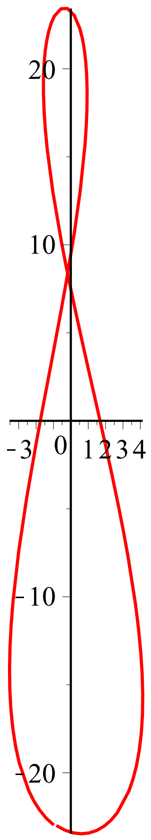
$$-0.01454441044 \qquad \mathbf{(16)}$$

plot([*Auf*, *Unter*, *Unter*−*Auf*], *T*=−20 ..400, *thickness*=2)



Analemma

$$plot\left(\left[ZGL \cdot 15,\ \frac{Dekl}{Pi} \cdot 180,\ T = 0\,..365\right], scaling = constrained\right)$$



20
10
-3
0
1
2
3
4
-10
-20